

第二章 简支梁有限元结构静力分析（实体单元）

前言

本文利用ANSYS软件中SOLID45实体单元建立简支梁有限元模型，对其进行静力分析与模态分析，来比较建模时不同约束方位的选择所带来的不同结果，以便了解和认识ANSYS用于分析计算结果的方法。

2.1 实体单元 SOLID45 介绍

2.1.1 SOLID45 单元的几何描述：

SOLID45 单元用于构造三维实体结构。单元通过八个节点来定义，每个节点有三个沿着 XYZ 方向平移的自由度 UX、UY、UZ。单元具有塑性，蠕变，膨胀，应力强化，大变形和大应变等能力。SOLID45 单元的几何描述如下图所示：

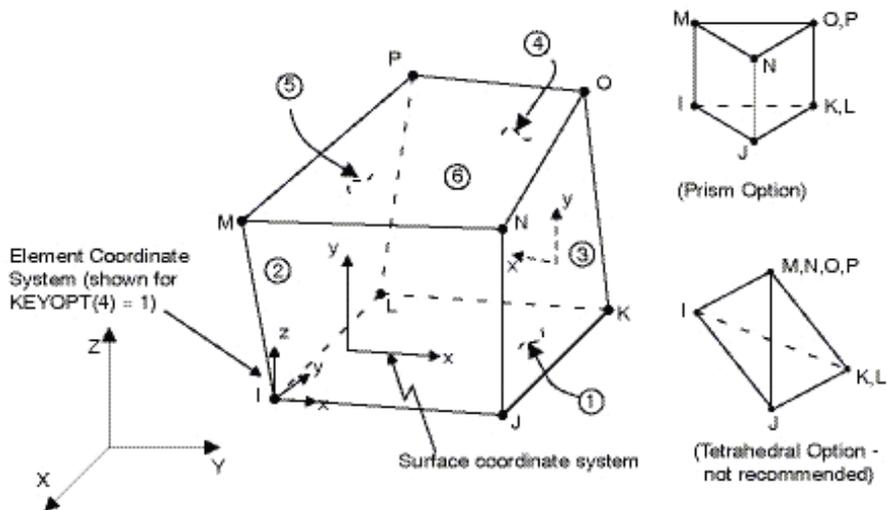


图 2.1 SOLID45 单元几何描述

2.1.2 SOLID45 单元的结果输出：

SOLID45 单元的结果输出包括节点结果输出和单元结果输出，这些结果可以反映出结

构整体以及局部的应力、应变、内力等参量，详细输出结果见下表：

表 2.1 SOLID45 单元的结果输出项

名称	定义
S:X,Y,Z,XY,YZ,XZ	应力
S;1,2,3	主应力
S:INT	应力强度
S:EQV	等效 MISES 应力
EPEL:X,Y,Z,XY,YZ,XZ	弹性应变
EPEL:1,2,3	主弹性应变
EPEL:EQV	等效弹性应变
EPTH:X,Y,Z,XY,YZ,XZ	平均热应变
EPTH:EQV	等效热应变
EPPL:X,Y,Z,XY,YZ,XZ	平均塑性应变
EPPL:EQV	等效塑性应变
EPCR:X,Y,Z,XY,YZ,XZ	平均蠕变应变
EPCR:EQV	等效蠕变应变
EPSW:	平均膨胀应变
NL:EPEQ	平均等效塑性应变
NL:SRAT	屈服表面上的迹应力和应力之比
NL:SEPL	从应力-应变曲线平均等效 mises 应力
NL:HPRES	静水压力
FACE	表面 label
AREA	表面面积
TEMP	表面平均温度
EPEL	表面弹性应变(X,Y,XY)
PRESS	表面压力
S(X,Y,XY)	表面应力(X 轴平行于定义该表面的前面两个结点连接)
S(1,2,3)	表面主应力
SINT	表面应力强度
SEQV	表面等效 mises 应力
LOCI:X,Y,Z	积分点位置

2.1.3 SOLID45 单元的参数设置：

SOLID45 单元可定义正交各向异性材料：即该单元属性允许材料的物理性能和力学性能在不同方向上具有不同的数值。正交各向异性材料方向对应于单元坐标方向。单元属性可输入弹性模量、泊松比、密度、切变模量、阻尼等。表面荷载——压力施加在单元各个表面上，正压力指向单元内部。

在应用 SOLID45 单元建模时，一般不需要设置单元选项（KEYOPT 功能），如特别需要详见 ANSYS 软件自带的单元选项说明。

2.2 简支梁实例分析

2.2.1 问题描述：

如下图 1 所示的混凝土梁，其横截面尺寸为 $b \times h = 300\text{mm} \times 600\text{mm}$ ，梁的跨度为 $L = 6.0\text{m}$ ，下部刚性支座宽度为 100mm ，采用 C55 混凝土，根据混凝土设计规范，C55 混凝土的弹性模量为 $3.55\text{E}4\text{MPa}$ ，混凝土轴心抗压强度设计值为 11.9MPa ，轴心抗拉强度设计值为 1.27MPa 。该钢筋混凝土梁简支梁考虑自重受竖向等效均布力 34.5kN/m ，边界条件按照简支梁分别在图中①②③处施加相应约束。

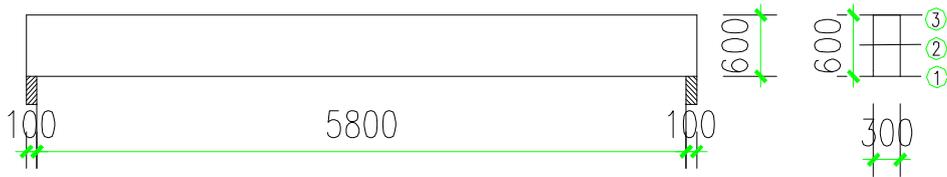


图 2.2 混凝土简支梁（图中长度单位：mm）

2.2.2 利用力学方法求解：

运用力学方法将上述结构求解，易得支座反力为 103.5kN ，该简支梁的计算简图图、弯矩图以及剪力图如下图所示：

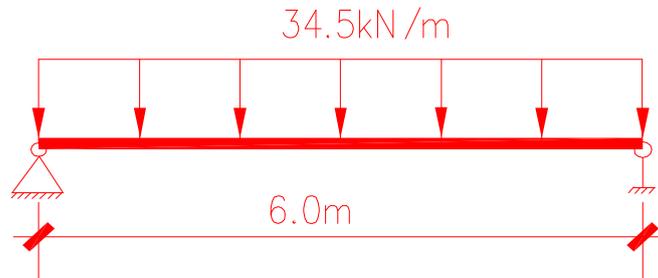


图 2.3 简支梁计算简图图

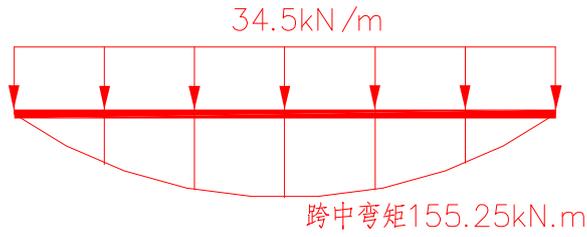


图 2.4 简支梁弯矩图

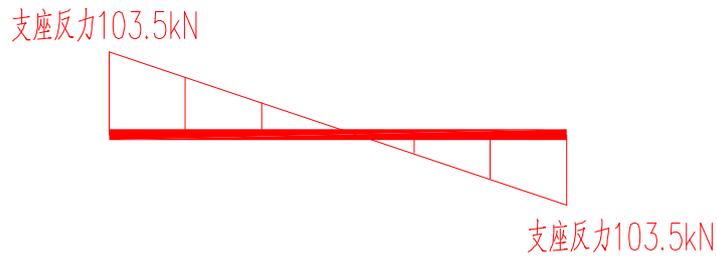


图 2.5 简支梁剪力图

2.3 利用 ANSYS 软件建立模型与求解

2.3.1 按不同约束位置进行实体建模

此方法为实体建模方法，运用 SOLID45 单元建立了简支梁有限元模型，在参数设定过程中，均只设定了材料的弹性相关参数。荷载施加运用两种情况：将重力折算为均布荷载施加在梁上表面或者运用施加重力加速的方法计算重力。经过计算得知两种方法结果相同。该简支梁的有限元模型以及内力计算结果如下图所示：

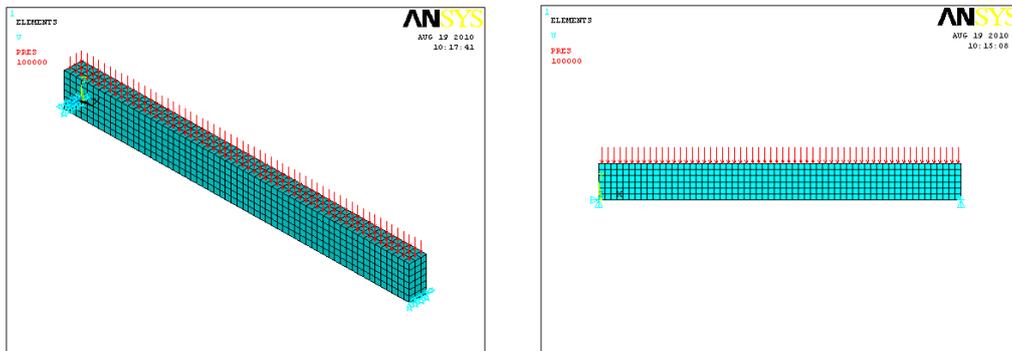


图 2.6 约束施加于梁端截面底部

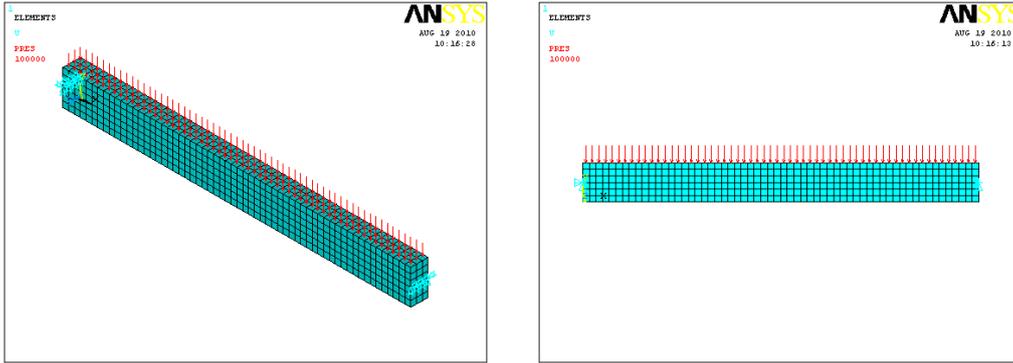


图 2.7 约束施加于梁端截面中部

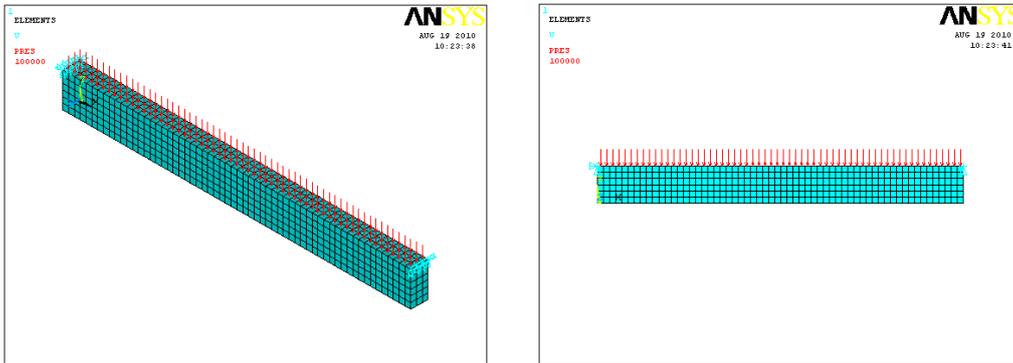


图 2.8 约束施加于梁端截面上部

实体单元截面内力的提取方法：SOLID45 单元作为八节点实体单元，在每个节点处只有三个平动自由度，单元结果输出项中没有弯矩选项。在土木工程分析中，常需要提取截面的轴力，剪力，弯矩等内力。ANSYS 提取截面内力的方法常用的有两种：面操作法和节点内力法，介绍如下：

1、节点法：

运用 PLNSOL 命令,用连续等值线显示所选择节点的结果:PLNSOL, Item, Comp, KUND, Fact, FileID, 其中 Item, Comp 为所显示内容的代码, 详细见 ANSYS 的帮助文件; KUND: 原始形状显示控制选项。单元的结果和后处理计算方法与选择结果的位置、坐标系有关, 例如 AVPRIN, RSYS, LAYER, SHELL, and NSEL 等命令。注意事项:对于结构中间的截面而言, 由于节点属于两侧的单元, 由内力平衡可得节点上的内力平衡为零。因此, 在选择节点时应选择一侧单元的节点。

2、截面法：

(1) 提取单元应力的方法：

用 SUCR、SUMAP 和 SUPL 命令定义面, 映射面上节点结果, 并用等值线绘制截

面应力分布情况。以上述简支梁为例，其后处理命令流如下所示：

```

/post1                                wpcsys      !将工作平面还原为默认状态
!节点法                                wprota,,90  !绕工作平面的 y 轴旋转 90°
nset,s,loc,x,2.9,3 !选择节点          wpoffs,,3   !沿工作平面的 z 轴移动 3m
esln,s,1                                sucr,2,cplane      !建立平面
nset,s,loc,x,3                            sumap,fx,s,x !映射平面上节点 x 向内力（轴
plnsol,s,x,,1                                力）
!截面法                                supl,2,fx !显示等值线

```

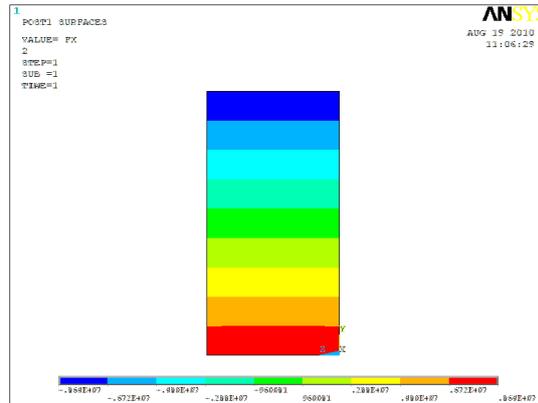


图 2.9 跨中截面正应力图

(2) 提取单元内力的方法

用 SPOINT 和 FSUM 命令求解某一截面的内力：SPOINT, NODE, X, Y, Z 其中 SPOINT 为弯矩计算定义中心点。NODE 为节点编号，如果不定义，就用 X, Y, Z 定义节点位置；X, Y, Z 为节点在整体笛卡尔坐标系中的位置。注意：如果想要计算结果在定义的结果坐标系中，就要用节点编号来定义弯矩中心位置，并且用 RSYS 命令定义结果坐标系。

以上述简支梁为例，提取中间截面内力命令流如下所示：

```

nset,s,loc,x,2.9,3 !选择要求解截面的节点  spoint,,3,0.3,0.15 !将计算点移动到截面形
esln,s,1                                心上
nset,s,loc,x,3                            fsum      !求解内力

```

本文通过使用节点内力法提取简支梁内力如下所示：（改变梁端截面约束位置对静力分析没有影响，但是对模态分析有一定的影响，详见 2.4 节）

梁端支座反力：FY = 103.50 kN

跨中弯矩： MZ = 155.25kN.m

2.3.2 SOLID45 实体单元简支梁建模与求解命令流

SOLID45 实体单元建模与求解命令流如下(不同单元间建模已用下划线分开,单位:牛·米):

```
!1.1 实体建模
/prep 7
et,1,solid45          !单元类型为 solid45
mp,ex,1,3.55e10      !混凝土材料属性
mp,prxy,1,0.2
mp,dens,1,2500

nse1,s,loc,x, 6
nse1,r,loc,y,0.3
d,all,uz
d,all,uy
allse1,all

!2.3 约束梁端上部节点情况
/solu
nse1,s,loc,x,0
nse1,r,loc,y,0.6
d,all,ux
d,all,uy
d,all,uz
nse1,s,loc,x, 6
nse1,r,loc,y,0.6
d,all,uz
d,all,uy
allse1,all

blc4,,,6,0.6,0.3 !建立简支梁模型并划分网格
esize,0.1
vmesh,all

ase1,s,loc,y,0.6      !施加上部均布荷载
nsla,s,1
sf,all,pres,100e3
ase1,u,,,all
allse1,all
/psf,pres,,2,0,1     !以箭头方式显示所加荷载
allse1,all

!施加约束
!2.1 约束梁端下部节点情况
/solu
nse1,s,loc,x,0
nse1,r,loc,y,0
d,all,ux
d,all,uy
d,all,uz
nse1,s,loc,x, 6
nse1,r,loc,y,0
d,all,uz
d,all,uy
allse1,all

!2.2 约束梁端中间节点情况
/solu
allse1,all
nse1,s,loc,x,0
nse1,r,loc,y,0.3
d,all,ux
d,all,uy
d,all,uz

!3.1 静力分析及后处理
acel,,10
antype,0
allse1
solve
finish
/post1
ese1,s,type,,1
pldisp,1,0          !显示变形图

!提取梁跨中截面内力
nse1,s,loc,x,2.9,3
esln,s,1           !选择依附在节点上的单元
nse1,s,loc,x,3
spoint,,3,0.3,0.15 !将计算点移动到需要的
                    !点上面,对于弯矩有用,需要将其移动到截
                    !面中截面上面,否则需要自己计算弯矩
fsum
allse1,all

!提取梁端截面内力
nse1,s,loc,x,0,0.1
```

```

esln,s,1
nset,s,loc,x,0
spoint,,0,0.3,0.15 !将计算点移动到需要的
点上面,对于弯矩有用,需要将其移动到截
面中截面上面,否则需要自己计算弯矩
fsum
allsel,all

```

!通过定义截面提取跨中截面应力

```

wpcsys
wprota,,,90
wpoffs,,,3
sucr,2,cplane
sumap,fx,s,x
supl,2,fx

```

13.1 模态分析及后处理

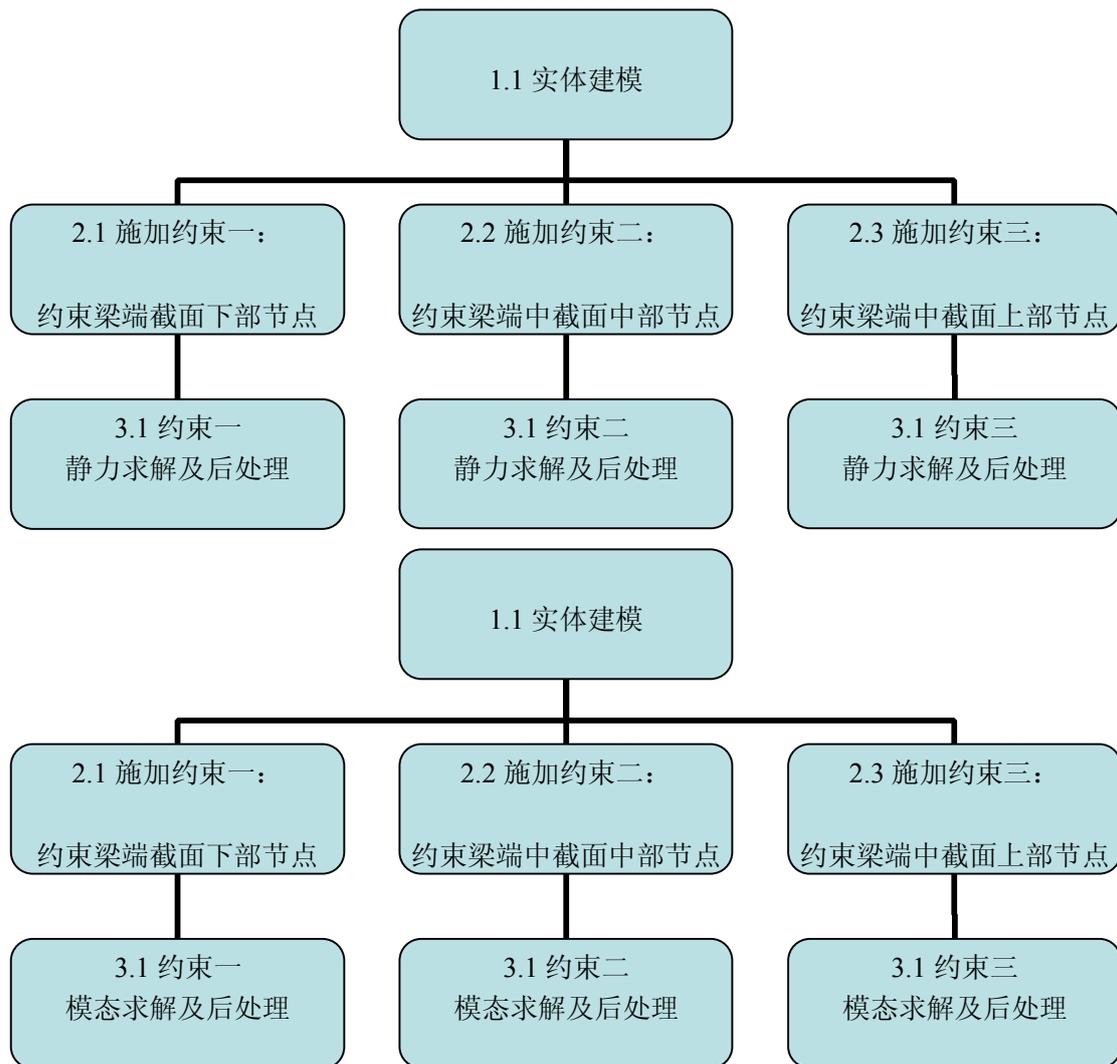
```

acel,,10,0
antype,2
modopt,lanb,10,,,1 !计算前10阶模态
mxpand,10,,,yes
lumpm,off !采用一致质量矩阵
allsel,all
solve
finish
/post1
set,list !列表显示前10阶固有频率

set,1,10 !动画显示当前阶振型
pldisp,1
anmode,10,0.5,,0
plnsol,u,z

```

以上求解步骤利用树状图可表示如下:



2.3.3 利用 SAP2000 建立模型与求解

静力分析：下图为利用 SAP2000 软件建立简支梁模型（分别对梁端截面上/中/下部进行约束），对其进行静力计算所得跨中弯矩为 155.25kN.m，梁端剪力为 103.5kN，与 ANSYS 软件的计算结果基本吻合。

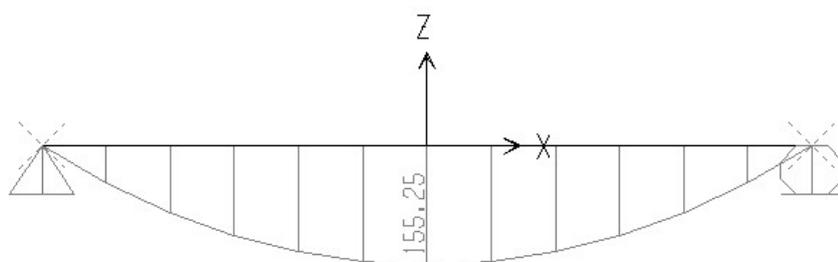


图 2.10 简支梁弯矩图

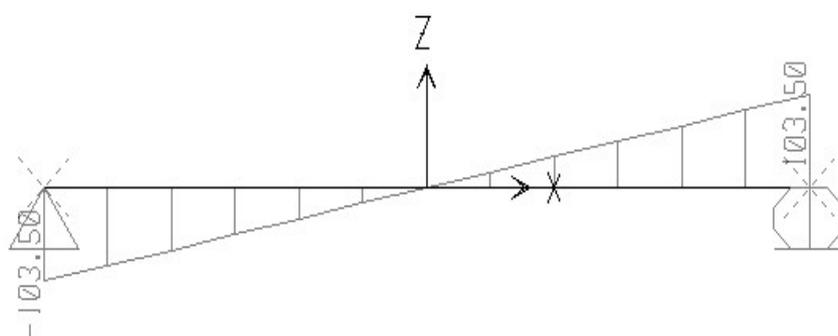


图 2.11 简支梁弯矩图

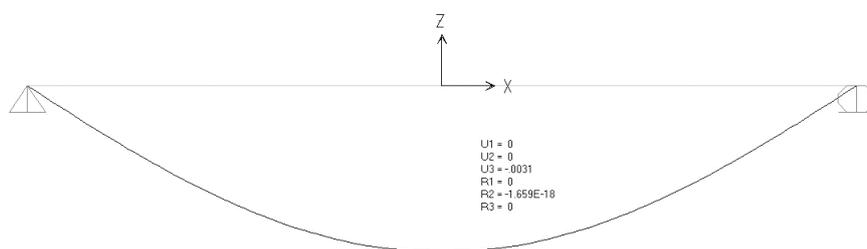


图 2.12 简支梁位移图

2.4 计算结果对比

2.4.1 简支梁内力分析结果比较

对梁端截面采用不同位置约束，计算所得结果与力学方法的计算结果对比如下表所示：

表 2.2 简支梁内力分析对比

模型	跨中弯矩	误差	支座剪力	误差	跨中正应力	误差	跨中位移	误差
	(kN·m)	(%)	(kN)	(%)	(N/mm ²)	(%)	(mm)	(%)
理论计算	155.25	0	103.50	0	8.63	0	3.04	0
底部约束	155.25	0	103.50	0	8.64	0.17	3.18	4.6
中间约束	155.25	0	103.50	0	8.64	0.17	3.11	2.3
顶部约束	155.25	0	103.50	0	8.64	0.17	3.18	4.6
BEAM3/4	155.25	0	103.50	0	8.63	0.06	3.04	26.6
BEAM188/189	158.13	1.85	103.50	0	8.78	1.80	3.11	2.3

从上表可以看出：首先，对所建立的实体简支梁模型进行静力计算，通过改变梁端截面约束位置，对此简支梁的内力计算结果的改变基本无影响并与理论计算数值基本相同。其次，对于同等情况下，采用 BEAM 系列单元与 SOLID45 实体单元模拟简支梁，对其进行静力计算，得到的结果基本相同，由此可根据具体需要，选择 BEAM 系列单元或者 SOLID45 实体单元，在弹性范围内对结构进行静力分析，得出可靠的结论。

当采用 SOLID45 单元进行模拟时，采用中间约束的情况，内力和变形的吻合度都较好，接近力学假设模型。

2.4.2 模态分析结果比较

此简支梁前三阶频率的理论计算公式为：

$$w_1 = 4.933 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}} \quad w_2 = 19.596 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}} \quad w_3 = 41.61 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}}$$

跨度 $l=6\text{m}$ ，弹性模量 $E=3.55\text{E}10\text{N/m}^2$ ，密度 $\rho = 2500\text{kg/m}^3$ ，截面面积 $A=0.18\text{m}^2$ ，截面高度 $H=0.6\text{m}$ ，取三分之一长度的质量 $m = \rho * A * l = 2500 * 0.18 * 2 = 900\text{kg}$ ，按上述公式计算频率得：

第一阶: $\omega_1=154.80 \text{ rad/s}$ 自然频率 $f_1 = \omega_1/2\pi = 28.46 \text{ Hz}$

第二阶: $\omega_2=614.92 \text{ rad/s}$ 自然频率 $f_2 = \omega_2/2\pi = 97.92 \text{ Hz}$

第三阶: $\omega_3=1305.72 \text{ rad/s}$ 自然频率 $f_3 = \omega_3/2\pi = 207.92 \text{ Hz}$

另外分别运用 ANSYS 与 SAP2000 对所建模型进行模态分析。其中, ANSYS 采用 SOLID45 实体单元建立的模型为空间梁模型, 其振型除了有平面内的振动外, 还有平面外的振动, 其自振频率见表所示:

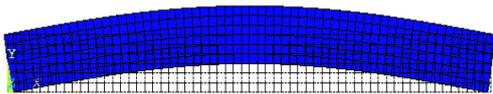
表 2.3 ANSYS 模态分析结果比较

模态	理论值	SOLID45 约束 梁端截面中间	SOLID45 约束 梁端截面上/下部	BEAM3/BEAM4	BEAM188/189
上下振动	28.46/一阶	28.18/一阶	27.32/一阶	25.29 /一阶	24.90 /一阶
上下二阶	97.92/二阶	107.72/二阶	87.33/二阶	101.16/二阶	95.43 /二阶
水平振动	—	138.35/三阶	130.76/上下二阶	139.34 /三阶	139.44 /四阶
上下三阶	207.92/三阶	227.00/四阶	228.40/四阶	227.56 /四阶	201.83 /五阶
上下四阶	—	373.77/五阶	340.91/五阶	404.24 /五阶	333.66 /七阶

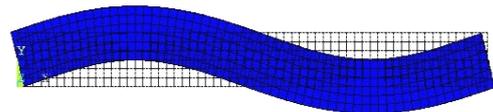
表 2.4 SAP2000 模态分析结果比较

模态	SAP2000 约束 梁端截面上部	SAP2000 约束 梁端截面中部	SAP2000 约束 梁端截面下部
上下振动	27.15 /一阶	28.15 /一阶	27.15 /一阶
上下二阶	91.36 /二阶	91.36 /二阶	91.36 /二阶
水平振动	141.12 /三阶	141.12 /三阶	141.12 /三阶
上下三阶	225.90 /四阶	225.90 /四阶	225.90 /四阶
上下四阶	334.18 /五阶	334.18 /五阶	334.18 /五阶

SOLID45 实体单元简支梁的前五阶振型如下图所示:



(a) 一阶振型



(b) 二阶振型

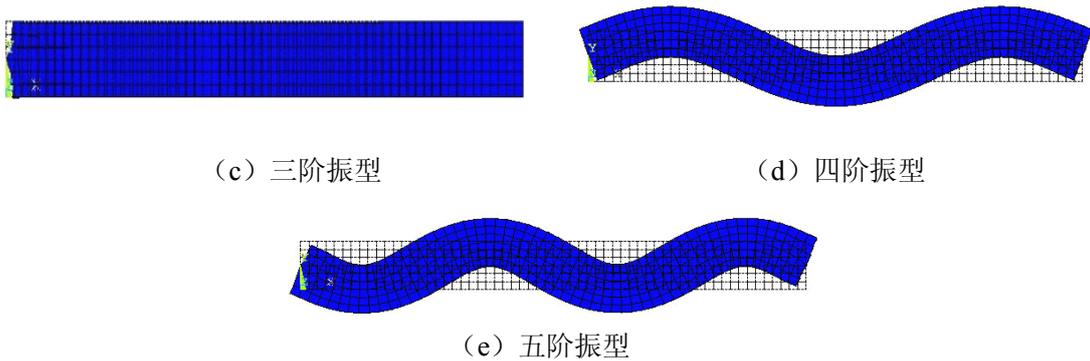


图 2.13 简支梁振型图

从上表可知，采用 SOLID45 实体单元，使用不同的约束模拟平面简支梁，边界条件为约束每个节点的平面外自由度，将支座处节点的自由度按平面简支梁约束。提取相同振型的自振频率后，可以看出，约束处于梁端截面上/下部与约束处于梁端截面中部时计算得到的结构频率不同，这说明简支梁约束位置的改变对结构频率有一定的影响，但两者频率均与理论值相差不大。在前两阶模态范围内，SOLID45 单元约束梁端截面中部与 BEAM3/4 单元建模得到的频率相近，SOLID45 单元约束梁端截面上/下部与 BEAM188/189 单元建模得到的频率相近，但其第三阶振型为上下二阶振型。所以，中间约束为更加接近力学假设模型。

2.5 混合单元模型

在实际工程中，常常碰到一些梁、壳、实体单元之间的连接问题。本节采用混合单元建立简支梁模型进行有限元分析，单元组合有 BEAM4+SOLID45 以及 BEAM188+SOLID45。由于 SOLID45 单元在节点处有三个平动自由度，而梁单元 BEAM4/188 在节点处有六个自由度，当共用节点时，两种单元之间不能刚接。本文使用 CERIG 命令在两种单元之间建立刚性区，从而模拟两种单元之间连续刚接的几何特性。

定义刚性区命令：**CERIG**, MASTE, SLAVE, Ldof, Ldof2, Ldof3, Ldof4, Ldof5 其中：

MASTE：刚性区保留（主要）节点；

SLAVE：移除（附属）节点，如果为值为 ALL，则所有选择的节点均为附属节点；

Ldof：约束的自由度，如果值为 ALL，则约束所有自由度；

Ldof2, Ldof3, Ldof4, Ldof5：其他需要约束的自由度。

运用混合单元建立简支梁静力分析模型命令流如下所示：

```

!1.1 单元选择                                /prep 7
!2.1 SOLID45+BEAM4                          et,1,solid45

```

```

et,2,beam4
mp,ex,1,3.55e10 !C55 混凝土
mp,prxy,1,0.2
mp,dens,1,2500
r,1,0.18,1.35e-3,5.4e-3,0.6,0.3

```

!2.2 SOLID45+BEAM188

```

/prep 7
et,1,solid45
et,2,beam188
keyopt,2,4,2
keyopt,2,3,2
sectype,1,beam,rect
secdata,0.3,0.6

```

!3.1 混合单元建模与静力求解

```

k,1,0,0.3,0.15
k,2,3,0.3,0.15
k,3,4,5,0.3,0.15
k,4,6,0.3,0.15
k,1000,0,1000 !梁方向点
l,1,2
l,3,4
blc4,3,0,1.5,0.6,0.3

```

!选择线赋予梁单元属性

```

lsel,s,loc,x,0,2.9
latt,1,1,2,,1000
esize,0.1
lmesh,all
lsel,s,loc,x,4.6,6
latt,1,1,2,,1000
esize,0.1
lmesh,all
/eshape,1
!选择体赋予属性，划分网格
vatt,1,,1
esize,0.1

```

以上求解步骤利用树状图可表示如下：

```

lsel,s,line,,14
lesize,all,0.15
vmesh,all

!施加均布荷载
nset,s,loc,y,0.6
nset,r,loc,x,3,4.5
sf,all,pres,100e3
asel,u,,,all
allsel
/psf,pres,,2,0,1
esel,s,type,,2
sfbeam,all,1,pres,30e3
/solu
allsel
!施加约束
nset,s,loc,x,0
d,all,ux
d,all,uy
d,all,uz
nset,s,loc,x,6
d,all,uz
d,all,uy

!建立刚性区
nset,s,loc,x,3
cerig,2,all,all
nset,s,loc,x,4.5
cerig,62,all,all
!求解
allsel
acel,,10
antype,0
allsel
solve
finish
!后处理见 2.3.2

```

!显示所加荷载

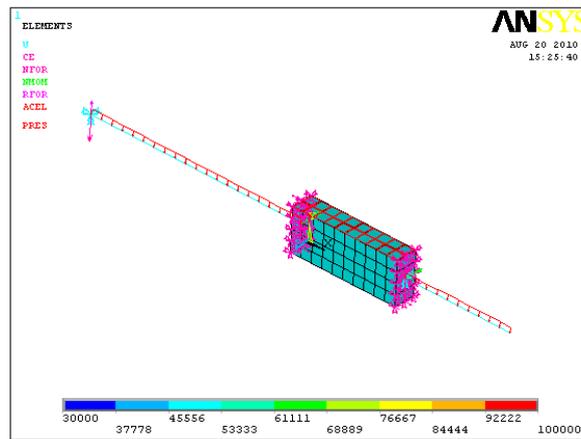
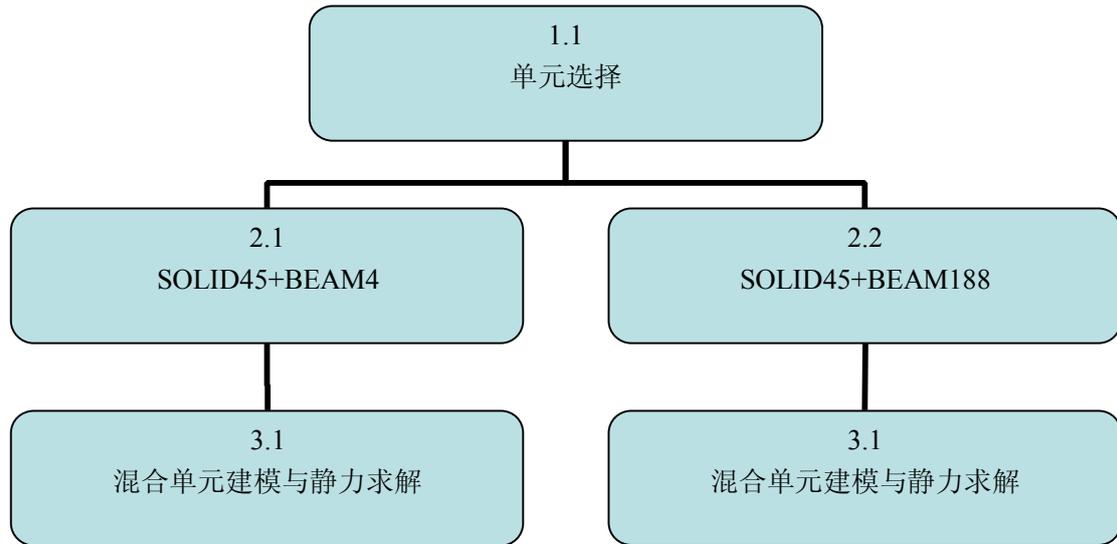


图 2.14 混合单元简支梁模型

表 2.4 简支梁内力分析对比

模型	跨中弯矩	误差	支座剪力	误差	跨中正应力	误差	跨中位移	误差
	(kN·m)	(%)	(kN)	(%)	(N/mm ²)	(%)	(mm)	(%)
理论计算	155.25	0	103.50	0	8.63	0	3.04	0
BEAM4+SOLID45	155.25	0	103.50	0	8.62	0.1	3.78	24
BEAM188+SOLID45	155.25	0	103.50	0	8.63	0	3.26	7.2
BEAM3/4	155.25	0	103.50	0	8.63	0	3.85	26.6

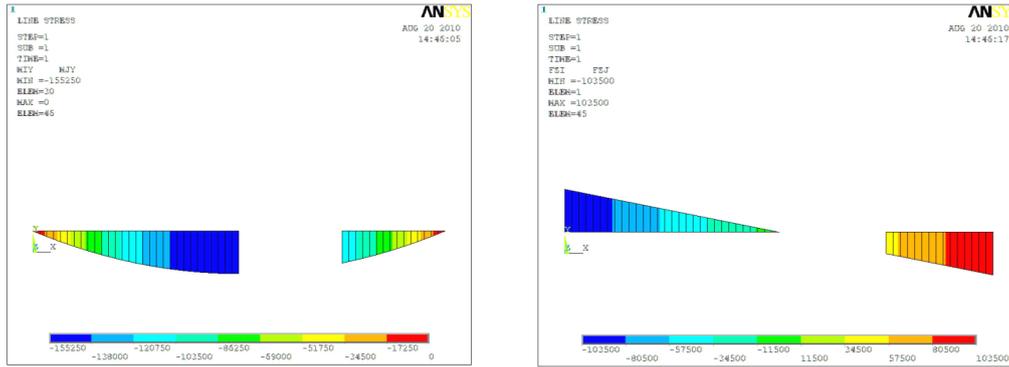


图 2.15 BEAM4/SOLID45 单元模型弯矩和剪力图

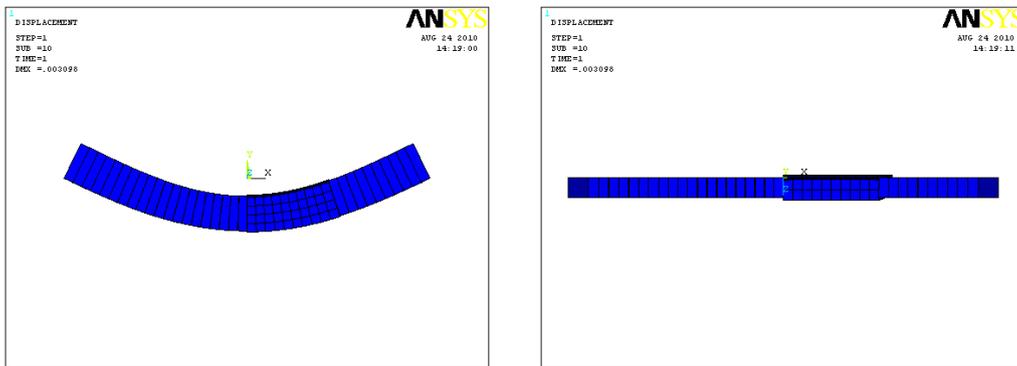


图 2.15 BEAM4/SOLID45 单元简支梁挠度

由上图可以看出：此混合单元的简支梁，在单元交接处应用了建立刚性区法以及 MPC 单元法以模拟二者之间的刚接，当其受均布力时，结构的变形在两种单元交接处仍旧出现了相对扭转，变形不一致的现象。经分析发现，BEAM 梁单元受力符合理论计算，而实体单元 SOLID45 存在着平面外的弯矩，而此结构只被施加了竖向均布力，结果与理论计算不符，导致出现这一现象的原因尚不明确，还在进一步研究中。

2.6 结论

(1) 本文详细介绍了 ANSYS 有限元软件中实体单元 SOLID45，包括其单元坐标，节点方向，参数设置以及结果输出项等等。

(2) 本文通过上述单元建立了简支梁模型，对其进行了静力与模态分析，并将 ANSYS 计算结果与 SAP2000 以及力法计算结果进行了对比，验证了计算结果的可靠性。

(3) 对简支梁有限元模型进行了模态分析，得出了不同梁端约束情况下简支梁的自振频率。从计算结果中可以看出，通过改变梁端约束位置对结构的频率有一定的影响，但是影

响不大。

(4) 分别用两种梁单元 BEAM4 和 BEAM188 与 SOLID45 单元建立了混合单元的简支梁模型。内力计算结果与理论结果相符，但是所建简支梁受竖向均布力模型中，实体单元 SOLID45 存在着平面外的弯矩，使其发生了平面外的转动，造成这一现象的原因还在探索中。