

# 第一章 简支梁有限元结构静力分析

## 0 前言

本文利用ANSYS软件中BEAM系列单元建立简支梁有限元模型，对其进行静力分析与模态分析，来比较建模时不同单元类型的选择和网格划分精细程度不同所带来的不同结果，以便了解和认识ANSYS对于分析结果准确性的影响。

## 1.1 梁单元介绍

梁是工程结构中最常用的结构形式之一。ANSYS 程序中提供了多种二维和三维的梁单元，分别具有不同的特性，是一类轴向拉压、弯曲、扭转单元，用以模拟各类结构中的平面以及空间的梁构件。常用的梁单元中 BEAM3、BEAM 23 和 BEAM 54 为二维梁单元，BEAM 4、BEAM 24、BEAM344、BEAM188 和 BEAM189 为三维梁单元。下文将简单介绍常用的梁单元 BEAM3、BEAM4、BEAM44、BEAM188 以及 BEAM189。

### 1.1.1 BEAM3 单元：

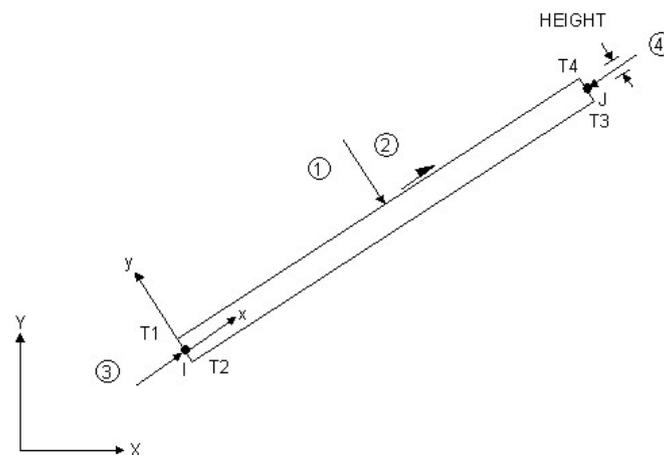


图 1.1 Beam3 单元几何图形

BEAM3 是具有拉伸、压缩和弯曲的单轴 2-D 弹性梁单元。上图给出了单元的几何图形、节点位置及坐标系统。单元由两个节点、横截面面积、横截面惯性矩、截面高度及材料属性

定义。初始应变通过 $\Delta/L$  给定， $\Delta$ 为单元长度  $L$ （由  $I, J$  节点坐标算得）与  $0$  应变单元长度之差。该单元在每个节点处有三个自由度，可以进行忽略环箍效应的轴对称分析，例如模拟螺栓和槽钢等。在轴对称分析中，单元的面积和惯性矩必须给出  $360^\circ$  范围内的值。剪切变形量  $SHERAR$  是可选的，如给  $SHERAR$  赋值为  $0$  则表示忽略剪切变形，当然剪切模量 ( $GXY$ ) 只有在考虑剪切变形时才起作用。同时可以运用实常数中的  $ADDMAS$  命令为单位长度梁单元施加附加质量。

### 1.1.2 BEAM4 单元:

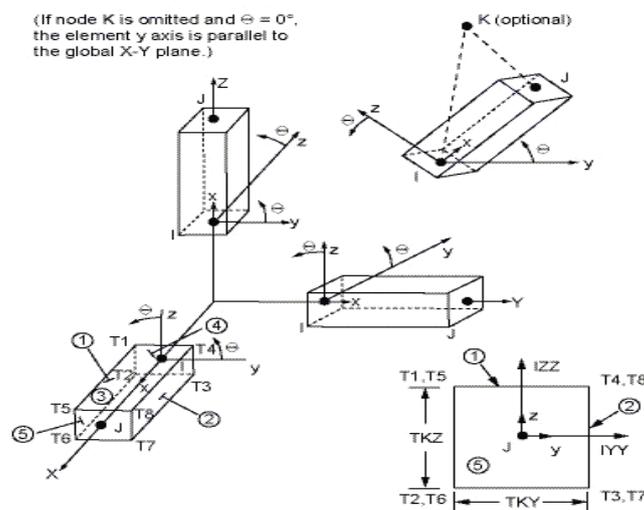


图 1.2 Beam4 单元几何图形

BEAM4 是具有拉伸、压缩、扭转和弯曲的单轴 3-D 弹性梁单元。关于本单元的几何模型，节点座标及座标系统详见上图。该单元在每个节点处有六个自由度。单元属性包括应力刚化与大变形。单元方向由两或三个节点确定，实常数有横截面面积，两个方向的惯性矩 ( $IZZ$  和  $IYY$ )，梁的高和宽，与单元轴  $X$  轴的方向角和扭转惯性矩 ( $IXX$ )，如果没有给出  $IXX$  的值或赋予  $0$  时，程序自动假设  $IXX=IYY+IZZ$ ， $IXX$  必须为正同时一般情况下小于弯曲惯性矩，因此最好能够给出  $IXX$  的值。BEAM4 单元也可以定义附加质量。

BEAM4 单元的  $X$  轴方向为  $I$  节点到  $J$  节点，对于两节点情况，当  $\theta = 0^\circ$  时， $Y$  轴平行于总体的  $X-Y$  平面。用户可以使用方向角  $\theta$  或者第三个节点控制单元的  $Y$  轴方向。如果两者都定义了，则以第三个节点定义的方向为主。定义梁单元的方向除了能够控制单元截面形式外还能控制单元各个面的位置，从而能够正确施加梁荷载。

### 1.1.3 BEAM44 单元:

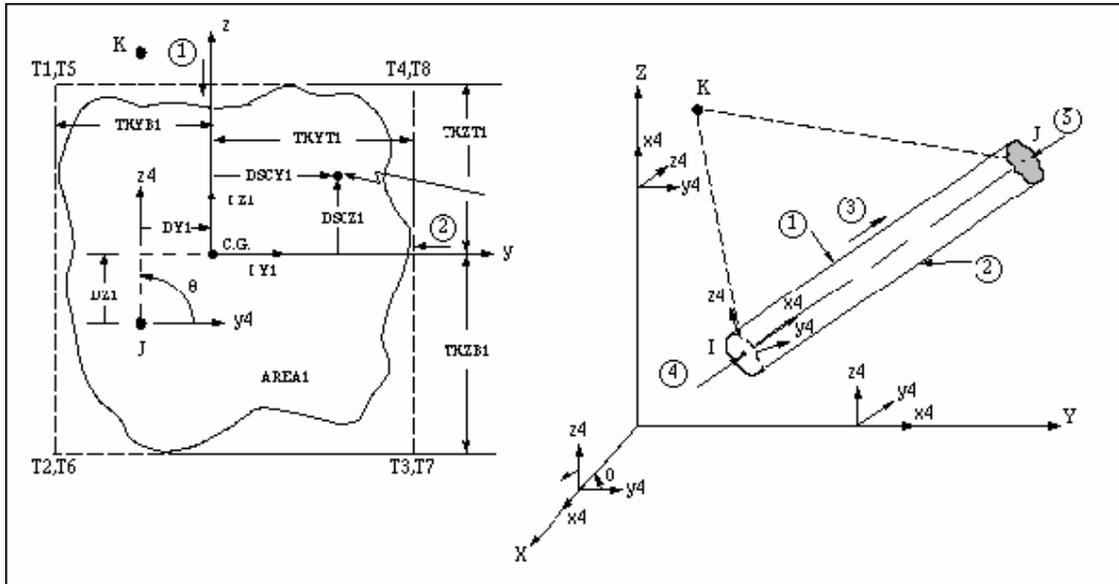


图 1.3 Beam44 单元几何图形

BEAM44 是 3-D 弹性渐变非对称单轴梁单元，具有拉伸，压缩，旋转和弯曲的能力。从上图可以看出，该单元在每个节点有六个自由度，允许在每个节点处有不同的非对称几何特性，并且允许节点有相对于梁中心的偏移。如果不考虑该项特征的话，可以用 BEAM4 单元进行替换。如果需要考虑材料非线性，应运用 BEAM188 或者 BEAM189 单元。

BEAM44 同 BEAM3 以及 BEAM4 一样，可以在单元设置中考虑剪切变形，具有应力刚化与大变形特性。该单元可以使用 SECTYPE, SECDATA, SECOFFSET, SECWRITE 和 SECREAD 命令定义任意形状的截面。单元实常数包括截面面积，面积矩，截面边界到中心的距离，截面中心的偏移量，截面剪切常数。其中截面惯性矩是关于梁横向主轴 Y、Z 轴的，在节点 I 的扭矩如果没有特殊指定的话，程序自动默认为惯性矩的和 ( $I_{ZZ}+I_{YY}$ )，节点 J 的惯性矩和扭矩没有指定的话默认为和 J 节点的扭矩相同。单元扭转刚度随着扭矩的减小而降低。

单元用偏移距离(DX, DY, DZ)定义截面中心与单元定位节点之间的位置关系。当截面中心相对于节点的偏移方向在单元坐标系的正向上时值为正。所有梁单元第二个节点的实常数（除了 DX, DY, DZ）默认与第一个节点相同。

在土木工程应用中，建立框架模型时，梁柱构件均运用相同单元，由于侧向位移三次插值，采用 BEAM4 和 BEAM44 更合适。

#### 1.1.4 BEAM188/189 单元:

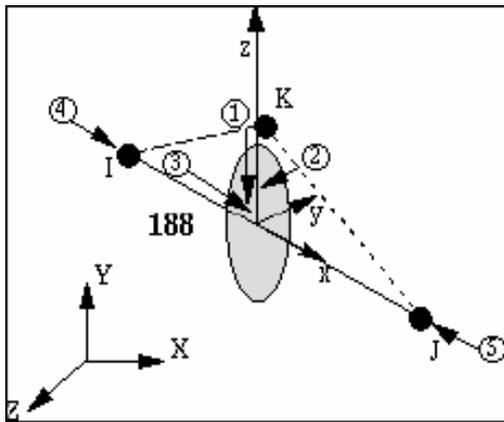


图 1.4a Beam188 单元几何图形

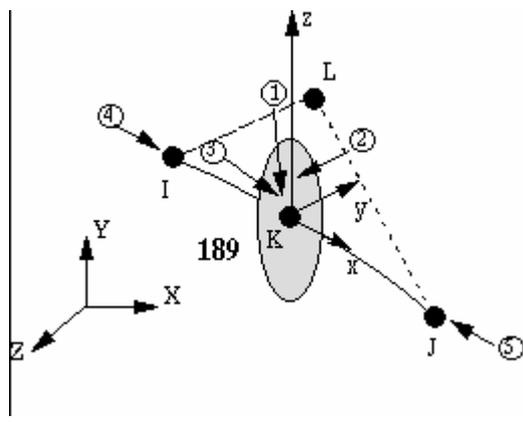


图 1.4b Beam189 单元几何图形

BEAM188/189 单元的几何形状、节点位置、坐标体系如上图所示，BEAM188 单元的方向由整体坐标系的节点 I 和 J 定义。BEAM188 为计入剪切效应和大变形效应的 3-D 线性有限应变梁，适合于分析从细长到中等短粗梁结构。该单元基于 Timoshenko 梁理论，Timoshenko 梁(剪切梁)不但要考虑弯曲变形,而且要考虑剪切变形对梁受力的影响。一般指适合于分析短粗梁，要考虑横截面弯曲的梁。Timoshenko 梁认为，在变形前，梁的横截面与梁的几何中心线是垂直的，而变形后，由于考虑了横向剪切，其横截面不再与几何中心面相垂直，而这个不垂直量即为横向剪切量，整个量的计算可以通过严格的推导得出。对于不同梁有不同的剪切修正系数，计算结果接近实体模型。该单元可以使用 SECTYPE，SECDATA，SECOFFSET，SECWRITE 和 SECREAD 命令定义任意形状的截面。同时梁截面可以是线性渐变的截面，也可以是不同材料组成的截面。BEAM188 结果输出默认采用两节点形式，可以通过 KEYOPT(3)设置中间节点提高单元精度。

BEAM189 为二次有限应变梁，具有与 BEAM188 同样的特性，不同之处在于其为三到四节点定义的梁单元，拥有中间节点，单元计算精度高。

### 1.1.5 梁单元特性表:

单元名称	简称	节点数	节点自由度	特性	备注
BEAM3	2D 弹性梁	2	Ux,Uy,Rotz	EDGB	常用平面梁单元
BRAM4	3D 弹性梁	2	Ux,Uy,Uz Rotx,Roty,Rotz		拉压弯扭, 常用 3D 梁单元
BEAM44	2D 渐变不对称梁	2+1			拉压弯扭, 不对称截面 可偏移中心轴, 可释放节点 自由度, 可采用梁截面
BEAM188	3D 线性有限应变梁	2+1		EPCDFGB	Timoshenko 梁, 计入剪切变形 影响, 可增加翘曲自由度, 可采用梁截面
BEAM189	3D 二次有限应变梁	3+1	可采用梁截面		

注: 表中 EPCDFGB 代表: E-弹性, P-塑性, C-蠕变, D-大变形, F-大应变, G-应力刚化,  
B-单元生死

## 1.2 问题描述

如下图 1 所示的钢筋混凝土梁, 其横截面尺寸为  $b \times h = 300\text{mm} \times 600\text{mm}$ , 梁的跨度为  $L = 6.0\text{m}$ , 下部刚性支座宽度为  $100\text{mm}$ , 采用 C55 混凝土, 根据混凝土设计规范, C55 混凝土的弹性模量为  $3.55 \times 10^4\text{MPa}$ , 混凝土轴心抗压强度设计值为  $11.9\text{MPa}$ , 轴心抗拉强度设计值为  $1.27\text{MPa}$ 。该钢筋混凝土梁简支梁考虑自重受竖向等效均布力  $34.5\text{kN/m}$ , 边界条件按照简支梁施加相应约束。

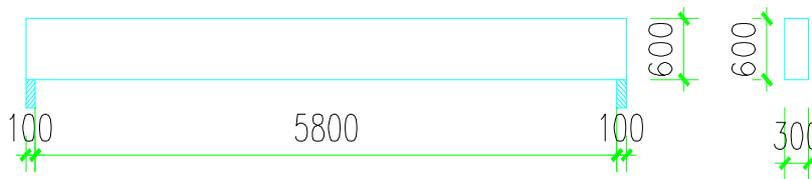


图 1.5 钢筋混凝土梁 (图中长度单位: mm)

### 1.2.1 利用力学方法求解:

运用力学方法将上述结构求解, 易得支座反力为  $103.5\text{kN}$ , 该简支梁的计算简图图、弯矩图以及剪力图如下图所示:

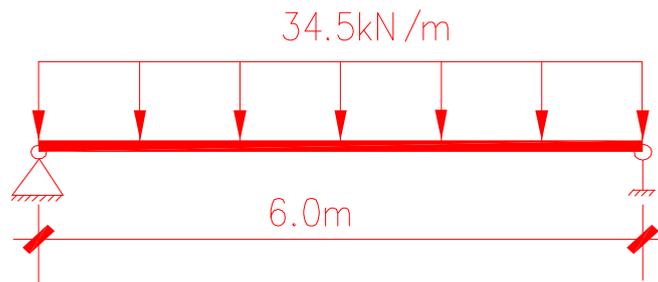


图 1.6 简支梁计算简图图

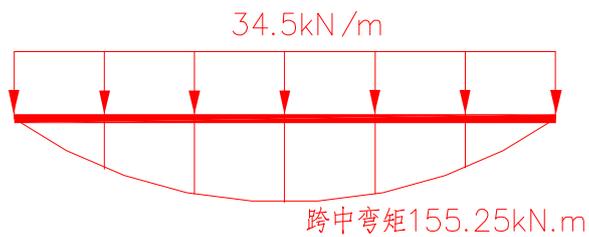


图 1.7 简支梁弯矩图

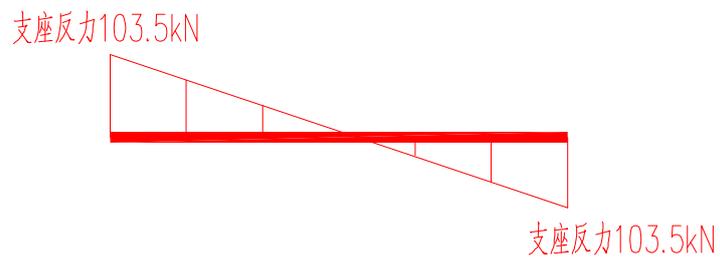


图 1.8 简支梁剪力图

### 1.3 利用 ANSYS 软件建立模型与求解

#### 1.3.1 采用 BEAM 系列单元进行建模

荷载施加运用两种情况：将重力折算为均布荷载施加在梁上表面或者运用施加重力加速的方法计算重力。经过计算得知两种方法结果相同。该简支梁的有限元模型以及内力计算结果如图所示：

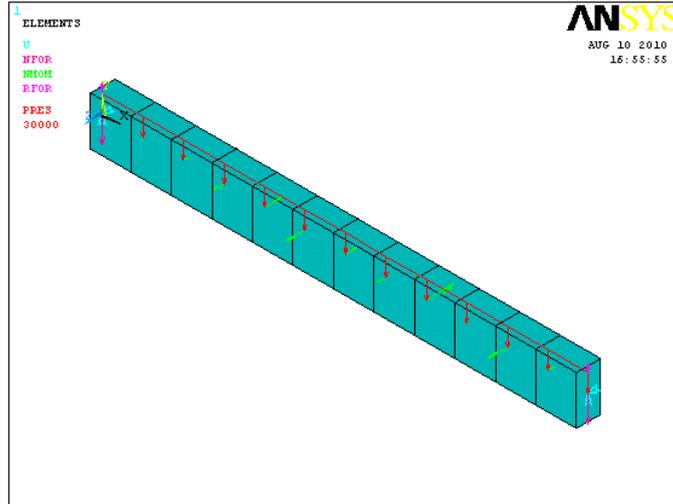


图 1.9 BEAM 系列简支梁有限元模型

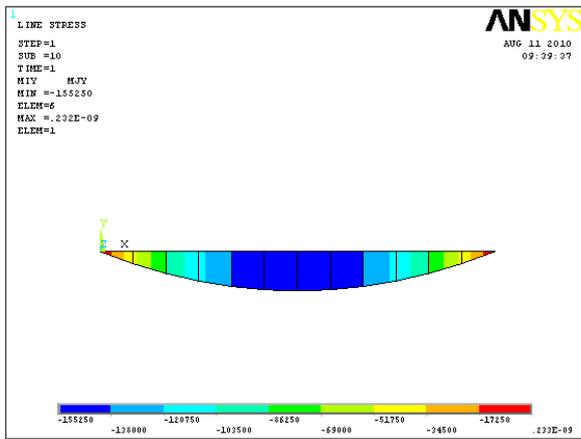


图 1.10a BEAM3/BEAM4 简支梁弯矩图

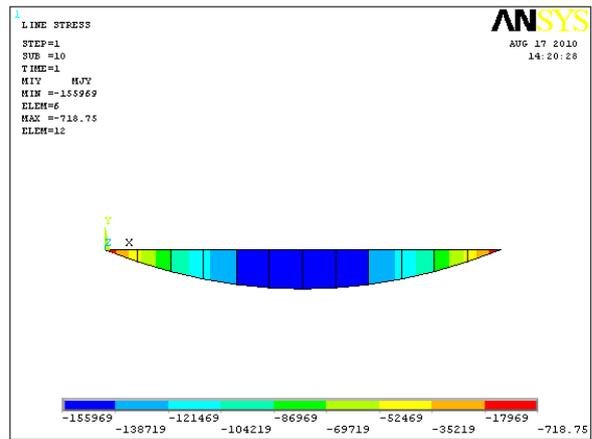


图 1.10b BEAM188/189 简支梁弯矩图

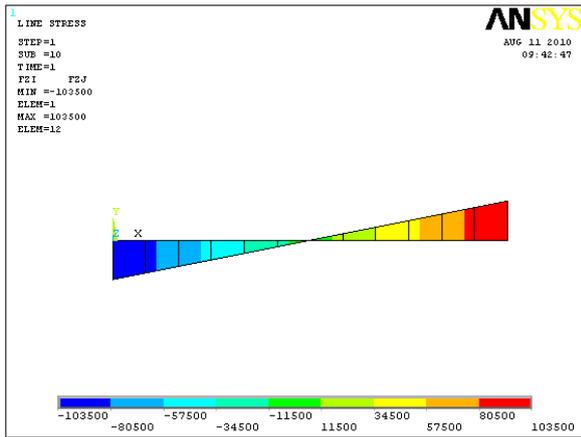


图 1.11a BEAM3/BEAM4 简支梁剪力图

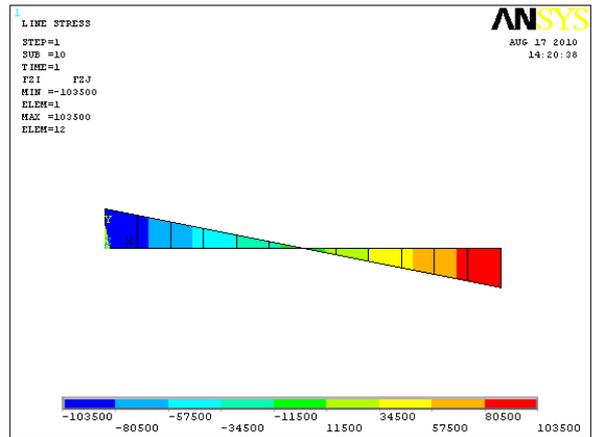


图 1.11b BEAM188/189 简支梁剪力图

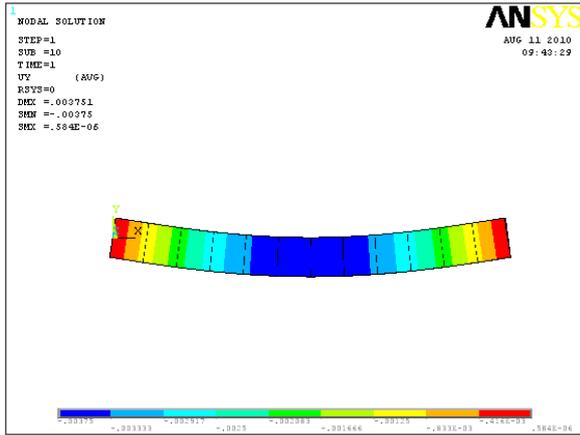


图 1.12a BEAM3/BEAM4 简支梁竖向位移图

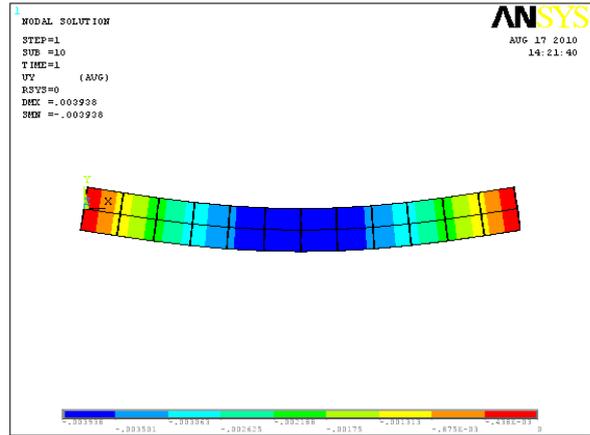


图 1.12b BEAM188/189 简支梁竖向位移图

### 1.3.2 BEAM 单元简支梁建模与求解命令流

BEAM 系列梁单元建模与求解命令流如下(不同单元间建模已用下划线分开,单位:牛·米):

```

/prep 7
!单元类型为 beam3
et,1,beam3
!单元类型为 beam4
et,1,beam4
!单元类型为 beam188
et,1,beam188
keyopt,1,3,2      !设置 beam188 单元选项
keyopt,1,4,2
!单元类型为 beam189
et,1,beam189
keyopt,1,4,2      !设置 beam189 单元选项

mp,ex,1,3.55e10    !混凝土材料属性
mp,prxy,1,0.2
mp,dens,1,2500

!设置 beam3 截面
r,1,0.18,5.4e-3,0.6

!设置 beam4 截面
r,1,0.18,1.35e-3,5.4e-3,0.6,0.3

!beam188/189 梁截面
sectype,1,beam,rect
secdata,0.3,0.6

!!!建立结构几何模型
k,1
k,2,6
k,1000,0,1000
l,1,2

!赋予运用 beam3/4 单元计算的线材料、单元、实常数以及单元定位点。
latt,1,1,1,,1000

!赋予运用 beam188/189 单元计算的线材料、单元、实常数属性、单元定位点和截面编号。
注意 beam188 和 beam189 没有实常数
latt,1,1,1,,1000,,1
allsel
lesize,all,0.5      !定义单元尺寸
/eshape,1           !显示单元形状

/solu
sfbeam,all,1,pres,30e3  !施加梁表面荷载

!施加 beam3 约束
d,1,uy
d,1,ux
d,2,uy

!施加 beam4、beam188/189 约束

```

```

d,1,uy
d,1,uz
d,1,ux
d,2,uy
d,2,uz

acel,,10          !施加重力加速度
antype,0
time,1
nsub,10,20,5
outres,all,all
solve
save
/post1
!beam3 后处理
etable,miz,SMISC,6      ! i 节点弯矩单元表
etable,mjz,SMISC,12     ! j 节点弯矩单元表
plls,miz,mjz !用等值线显示显示单元表结果
etable,Fzi,SMISC,2      ! i 节点剪力单元表
etable,Fzj,SMISC,8      ! j 节点剪力单元表
plls,Fzi,Fzj,-1 !用等值线显示显示单元表结果

etable,SMAXi,NMISC,1      !最大正应力
etable,SMAXj,NMISC,3
plls,SMAXi,SMAXj,-1 !用等值线显示显示单元表结果

!beam4 后处理
etable,miz,SMISC,5      ! i 节点弯矩单元表
etable,mjz,SMISC,11     ! j 节点弯矩单元表
plls,miz,mjz !等值线显示显示单元表结果

etable,Fzi,SMISC,3      ! i 节点剪力单元表
etable,Fzj,SMISC,9      ! j 节点剪力单元表
plls,Fzi,Fzj,-1!等值线显示显示单元表结果
etable,SMAXi,NMISC,1      !最大正应力
etable,SMAXj,NMISC,3
plls,SMAXi,SMAXj,-1!显示显示单元表结果

!beam188、beam189 后处理
etable,miz,SMISC,2      ! i 节点弯矩单元表
etable,mjz,SMISC,15     ! j 节点弯矩单元表
plls,miz,mjz !显示显示单元表结果

etable,Fzi,SMISC,5      ! i 节点剪力单元表
etable,Fzj,SMISC,18     ! j 节点剪力单元表
plls,Fzi,Fzj,-1 !显示显示单元表结果

etable,SBZTi,SMISC,35 ! i 节点跨中弯曲正应力
etable,SBZTj,SMISC,40 ! j 节点跨中弯曲正应力
plls,SBZTi,SBZTj,-1 !用等值线显示显示单元表结果
pldisp,1,0 !显示变形图

```

### 1.3.3 利用 SAP2000 建立模型与求解

下图为利用 SAP2000 软件建立简支梁模型，对其进行静力计算所得跨中弯矩，为 155.25kN.m，梁端剪力 103.5kN，与 ANSYS 软件的计算结果基本吻合。

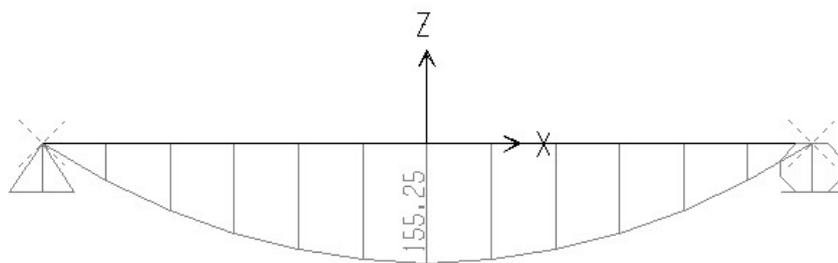


图 1.13 简支梁弯矩图

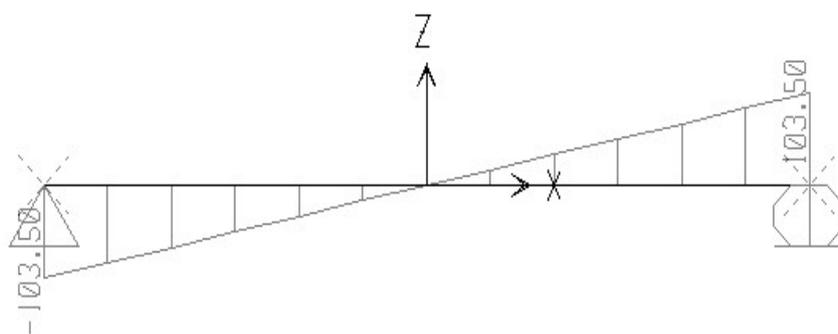


图 1.14 简支梁弯矩图

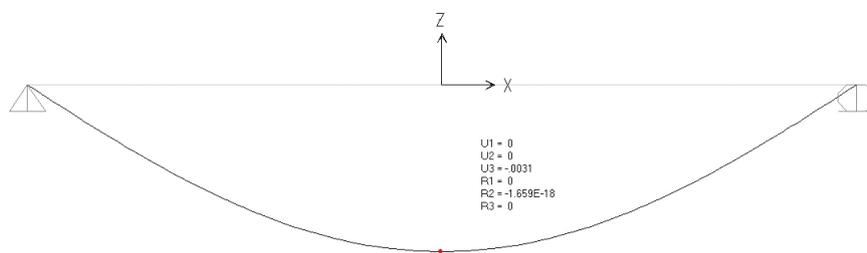


图 1.15 简支梁位移图

## 1.4 计算结果对比

### 1.4.1 简支梁内力分析结果比较

由上述分析可以看出,运用以上几种不同类型的梁单元以及不同网格密度对该简支梁进行有限元建模,计算所得结果与力学方法的计算结果对比如下表所示:

模型	网格划分 (段)	跨中弯矩 (kN·m)	误差 (%)	支座剪力 (kN)	误差 (%)	跨中正应力 (N/mm <sup>2</sup> )	误差 (%)	跨中位移 (mm)	误差 (%)
力学方法	1	155.25	0	103.50	0	8.63	0	3.85	0
SAP2000	10	155.25	0%	103.50	0%	梁单元无	无	3.11	1.92
BEAM3/4	2	155.25	0	103.50	0	8.62	0.06	3.87	0.52
BRAM3/4	12	155.25	0	103.50	0	8.63	0.06	3.85	0.03
BEAM188	6	158.13	1.85	103.50	0	8.78	1.80	3.94	2.34
BEAM188	12	155.97	0.46	103.50	0	8.66	0.41	3.94	2.34
BEAM189	6	158.13	1.85	103.50	0	878	1.80	3.94	2.34
BEAM189	12	155.97	0.46	103.50	0	8660	0.41	3.94	2.34

对于不同的梁单元，不同的有限元网格划分密度，相同的约束以及加载情况，采用了 BEAM4、BEAM188、BEAM189 三种梁单元对该简支梁进行了计算，BEAM4 单元网格划分密度对弯矩及剪力几乎没有影响，但是网格划得较细后跨中位移则更为精确。BEAM188/BEAM189 单元将网格划分较细后，跨中弯矩及梁端剪力均更精确，但是跨中位移的变化不明显。经反复计算，网格划分为 12 段计算较为合适，因为网格划分精度的高低，对于分析过程中资源的占用和花费的时间有较大的影响，所以有效、合理地进行实体单元类型的选择、划分网格精度的选定，是获得高准确性结果的保证。

### 1.4.2 模态分析结果比较

此简支梁前三阶频率的理论计算公式为：

$$w_1 = 4.933 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}} \quad w_2 = 19.596 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}} \quad w_3 = 41.61 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}}$$

跨度  $L=6\text{m}$ ，弹性模量  $E=3.55\text{E}10\text{N/m}^2$ ，密度  $\rho = 2500\text{kg/m}^3$ ，截面面积  $A=0.18\text{m}^2$ ，截面高度  $H=0.6\text{m}$ ，取三分之一长度的质量  $m = \rho * A * L = 2500 * 0.18 * 2 = 900\text{kg}$ ，按上述公式计算频率得：

第一阶：  $\omega_1 = 154.80 \text{ rad/s}$       自然频率  $f_1 = \omega_1 / 2\pi = 28.46 \text{ Hz}$

第二阶：  $\omega_2 = 614.92 \text{ rad/s}$       自然频率  $f_2 = \omega_2 / 2\pi = 97.92 \text{ Hz}$

第三阶：  $\omega_3 = 1305.72 \text{ rad/s}$       自然频率  $f_3 = \omega_3 / 2\pi = 207.92 \text{ Hz}$

另外分别运用 ANSYS 与 SAP2000 对所建模型进行模态分析。其中，ANSYS 采用 BEAM

系列单元建立的模型为空间梁模型，其振型除了有平面内的振动外，还有平面外的振动，其自振频率见表所示：

模态	理论值	SAP2000	BEAM3/BEAM4	BEAM188/189
上下振动	28.46/一阶	24.99 /一阶	25.29 /一阶	24.90 /一阶
上下二阶	97.92/二阶	96.54 /二阶	101.16 /二阶	95.43 /二阶
水平振动	—	139.30 /三阶	139.34 /三阶	139.44 /四阶
上下三阶	207.92/三阶	205.16 /四阶	227.56 /四阶	201.83 /五阶
上下四阶	—	337.46 /五阶	404.24 /五阶	333.66 /七阶

从上表可知，采用不同的单元模拟平面简支梁，对于三维单元而言，边界条件为约束每个节点的平面外自由度，将支座处节点的自由度按平面简支梁约束。提取相同振型的自振频率后，可以看出，除了 BEAM188/189 以外，其他模型前五阶振型振型相同。且 BEAM3 和 BEAM4 完全相同，与 SAP2000 计算结果最为接近。这是由于 BEAM3 和 BEAM4 均基于平面假设原理，不考虑剪切变形。SAP2000 采用平面钢架模型，也基于相同的理论假设。而 SOLID45 单元为实体建模，BEAM188/189 接近实体模型且考虑剪切变形的影响。因此，在进行平面简支梁的模拟时，BEAM3/4 为首选。SOLID45 适用于分析实体模型。同时，值得注意的是，单元的约束的方式对结构自振模态的影响很大。SOLID45 为八节点实体单元，每个节点只有三个平动自由度，约束情况较好模拟。BEAM188/189 为六到七自由度单元，当边界条件考虑不当时会出现第一阶频率为零，且振型不规整的情况。

## 1.5 结论

(1) 本文通过 ANSYS 有限元软件中两种不同单元建立了简支梁模型，经过同种工况的静力分析，结果基本相同。

(2) 将 ANSYS 计算结果与 SAP2000 以及力法计算结果进行了对比，验证了计算结果的正确性。

(3) 对简支梁有限元模型进行了模态分析，得出了不同单元下简支梁的自振频率。从这些频率中认识到，采用 BEAM3/BEAM4 单元建模的计算结果更接近于真实值，更适合用于分析平面简支梁。